

# Penerapan Algoritma Prim dalam Perancangan Jaringan Telekomunikasi di Kabupaten Gunungkidul

Bryan Amirul Husna - 13520146<sup>1</sup>  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
<sup>1</sup>13520146@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Jaringan telekomunikasi memerlukan keterhubungan sehingga dapat dimodelkan sebagai graf berbobot. Keterhubungan semua simpul dengan berat atau biaya minimum dapat ditentukan dengan pencarian pohon merentang minimum. Pada makalah ini, dibahas perancangan jaringan telekomunikasi penghubung antarkapanewon (kecamatan) di Gunungkidul dengan pemodelan graf berbobot. Melalui penerapan algoritma Prim untuk pencarian pohon merentang minimum, didapatkan jalur telekomunikasi yang dapat menghubungkan seluruh kapanewon di Gunungkidul dengan biaya minimum.

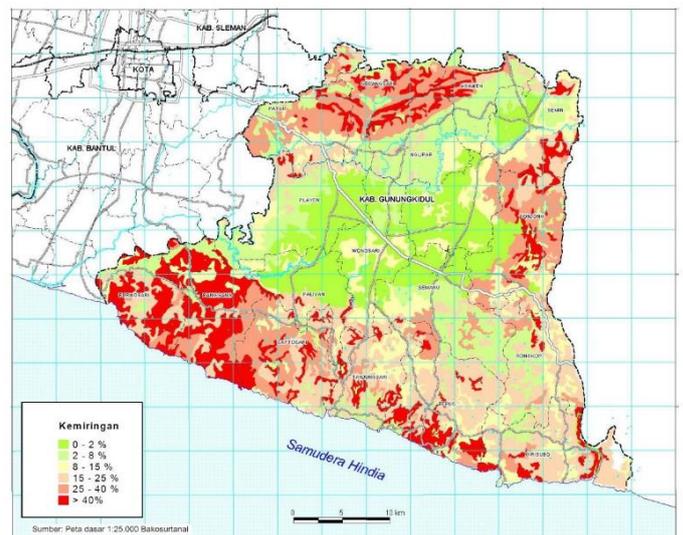
**Kata Kunci**— algoritma Prim, graf, Gunungkidul, pohon merentang minimum, jaringan telekomunikasi.

## I. PENDAHULUAN

Jaringan telekomunikasi adalah sistem elektronik yang memungkinkan pertukaran data antara pengguna satu dengan lainnya. Jaringan telekomunikasi dapat dimodelkan sebagai graf berarah atau tidak berarah, tergantung saluran komunikasi yang digunakan simpleks atau dupleks [1]. Tiap pengguna bisa saja memiliki sambungan langsung dengan tiap pengguna lainnya (membentuk graf lengkap), tetapi yang seperti ini tidak praktis dan mahal terutama untuk jaringan besar. Oleh karena itu, jaringan telekomunikasi saat ini tidak menggunakan sistem itu, tetapi menggunakan sekumpulan *switch* terhubung yang tiap pengguna cukup tersambung ke salah satunya saja [2].

Gunungkidul adalah salah satu kabupaten di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). Wilayahnya terletak antara 7°46' - 8°09' Lintang Selatan dan 100°21' - 110°50' Bujur timur yang berbatasan dengan Kabupaten Klaten, Sukoharjo, Wonogiri, Bantul, Sleman, dan Samudra Indonesia. Luas wilayahnya sebesar 1.485,36 km<sup>2</sup> yang terbagi atas 18 kapanewon (sebutan resmi kecamatan di DIY) dan 144 desa/kalurahan [3].

Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Gunungkidul, pada tahun 2020 rasio penduduk lima tahun ke atas yang menggunakan internet adalah 51,01 persen. Ini lebih rendah daripada rata-rata Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta yang sebesar 68,68 persen [4]. Daerah Gunungkidul yang bergunung-gunung menjadikan pembangunan infrastruktur jaringan telekomunikasi sulit dan mahal sehingga perlu perencanaan untuk mendapatkan biaya minimum. Pada makalah ini, dibahas perencanaan jaringan telekomunikasi penghubung kapanewon-kapanewon di Gunungkidul dengan pencarian pohon merentang minimum menggunakan algoritma Prim.



**Gambar 1.** Peta Kemiringan Tanah Gunungkidul  
Sumber: SIPPA Kementerian PUPR [5]

## II. LANDASAN TEORI

### A. Graf

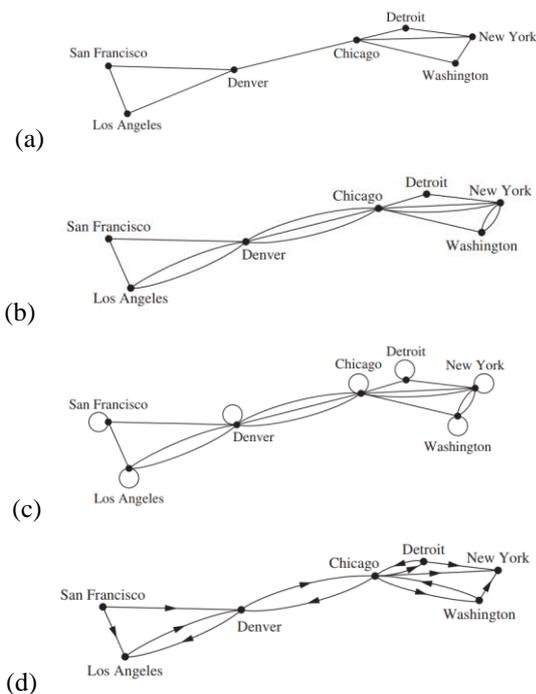
Graf adalah pasangan himpunan  $(V, E)$ , ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$ , yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul dan  $E$  adalah himpunan sisi-sisi yang menghubungkan sepasang simpul. Tiap sisi mungkin memiliki angka tertentu yang dapat merepresentasikan biaya, jarak, waktu tempuh, dan sebagainya. Graf yang demikian disebut sebagai graf berbobot.

#### 1. Tipe-Tipe Graf

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda dan gelang, graf dapat dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu graf sederhana dan graf tak-sederhana. Graf sederhana adalah graf yang tiap sisinya menghubungkan dua simpul yang berbeda (bukan simpul yang sama) dan tidak ada dua atau lebih sisi menghubungkan sepasang simpul yang sama. Graf tak-sederhana dibagi menjadi dua, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda dicirikan dengan adanya dua atau lebih sisi yang menghubungkan sepasang simpul yang sama, sedangkan graf semu dicirikan dengan adanya sisi gelang, yaitu sisi yang menghubungkan suatu simpul dengan dirinya sendiri.

Berdasarkan arah sisinya, graf dapat dibedakan menjadi dua

jenis, yaitu graf tak-berarah dan graf berarah. Pada graf berarah, sisi-sisinya memiliki orientasi arah simpul. Misalkan terdapat suatu sisi  $(a, b)$ , sisi ini dikatakan berpangkal atau bermula dari  $a$  dan berakhir atau berujung di  $b$ . Orientasi arah sisi tidak ditemukan pada graf tak-berarah.



**Gambar 2.** Berbagai jenis graf dengan simpul nama kota dan sisi koneksi antarkota: (a) graf sederhana, (b) graf ganda, (c) graf semu, (d) graf berarah (graf a-c adalah graf tak-berarah)  
 Sumber: *Discrete Mathematics and Its Applications [6]*

## 2. Terminologi Graf

- Bertetangga

Pada graf tak-berarah, dua simpul dikatakan bertetangga jika keduanya dihubungkan secara langsung oleh suatu sisi. Pada graf berarah, simpul pangkal dari suatu sisi bertetangga dengan simpul ujung dan simpul ujung dikatakan adalah tetangga dari simpul pangkal.

- Bersisian

Suatu sisi adalah bersisian dengan kedua simpul ujungnya. Misal terdapat suatu sisi  $e = (a, b)$ ,  $e$  dikatakan bersisian dengan simpul  $a$  dan simpul  $b$ .

- Simpul Terpencil

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak memiliki tetangga atau dengan kata lain tidak ada sisi yang bersisian dengannya.

- Lintasan dan Sirkuit

Lintasan adalah jalan yang melewati vertex-vertex dalam graf dengan melalui sisi-sisinya. Sirkuit adalah lintasan dengan simpul awal dan akhir sama.

- Terhubung

Dua simpul dikatakan terhubung jika ada lintasan yang menghubungkan keduanya. Graf tak-berarah dikatakan terhubung jika tiap simpulnya terhubung dengan simpul lain. Graf berarah disebut terhubung kuat jika tiap simpulnya memiliki lintasan berarah dengan tiap simpul

lain. Graf berarah disebut terhubung lemah jika graf tidak terhubung kuat, tetapi jika arah pada sisinya dihilangkan menyebabkannya menjadi graf tak-berarah terhubung.

- Upagraf

Upagraf adalah graf yang simpul dan sisinya merupakan himpunan bagian dari graf lain.

## B. Graf Planar, Bidang, dan Dual

Graf planar adalah graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisinya tidak saling memotong. Representasi graf planar yang digambarkan dengan sisi-sisinya tidak saling berpotongan disebut graf bidang. Sisi-sisi pada graf bidang membagi bidang datar menjadi beberapa wilayah atau muka. Jika suatu graf planar digambar sebagai suatu graf bidang, dapat dibuat graf dual yang simpul-simpulnya menyatakan muka/wilayah dan sisi-sisinya menyatakan hubungan dua muka/wilayah yang dipisahkan oleh sebuah sisi. Peta yang terdiri atas wilayah-wilayah dapat direpresentasikan dengan graf dual.

## C. Pohon

Pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Sebuah graf tak berarah adalah pohon jika dan hanya jika ada lintasan unik antara dua sebarang simpul. Pohon digunakan sebagai model untuk berbagai bidang seperti psikologi, geologi, kimia, dan ilmu komputer.

## D. Pohon Merentang

Misal terdapat suatu graf  $G$ , pohon merentang adalah pohon yang mengandung semua simpul dari  $G$ . Suatu graf sederhana terhubung jika dan hanya jika memiliki pohon merentang. Pada graf berbobot, suatu pohon merentang yang penjumlahan bobot seluruh sisinya paling kecil di antara pohon merentang lain disebut pohon merentang minimum.

## E. Algoritma Prim

Algoritma Prim (atau algoritma Prim-Jarnik) adalah salah satu algoritma untuk membangun pohon merentang minimum. Langkah-langkah algoritma ini adalah sebagai berikut.

1. Mengambil sisi dengan bobot minimum dari graf  $G$  ke pohon  $T$ .
2. Memilih sisi  $e$  yang berbobot minimum dan bersisian dengan salah satu simpul di  $T$  tetapi tidak mengakibatkan terbentuknya sirkuit di  $T$  jika dimasukkan. Kemudian  $e$  dihapus dari  $G$  dan dimasukkan ke  $T$ .
3. Mengulangi langkah 2 sebanyak jumlah simpul dikurangi dua

Langkah-langkah tersebut diterjemahkan dalam *pseudocode* sebagai berikut.

```

procedure Prim (input  $G$  : graf, output  $T$  : pohon)
{ Membentuk pohon merentang minimum  $T$  dari graf-berbobot terhubung  $G$ .
Masukan: graf-berbobot terhubung  $G = (V, E)$ , dengan  $n$  adalah jumlah simpul pada  $V$ 
Keluaran: pohon merentang minimum  $T = (V, E')$  }
    
```

### Deklarasi

$e$  : sisi

### Algoritma

$T \leftarrow$  sisi  $e$  berbobot minimum di  $E$

$E \leftarrow E - \{e\}$

**for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $n - 2$  **do**

$e \leftarrow$  sisi berbobot minimum di dalam  $E$  dan bersisian dengan simpul di  $T$ , tetapi tidak membentuk sirkuit jika dimasukkan ke  $T$

$T \leftarrow T \cup \{e\}$

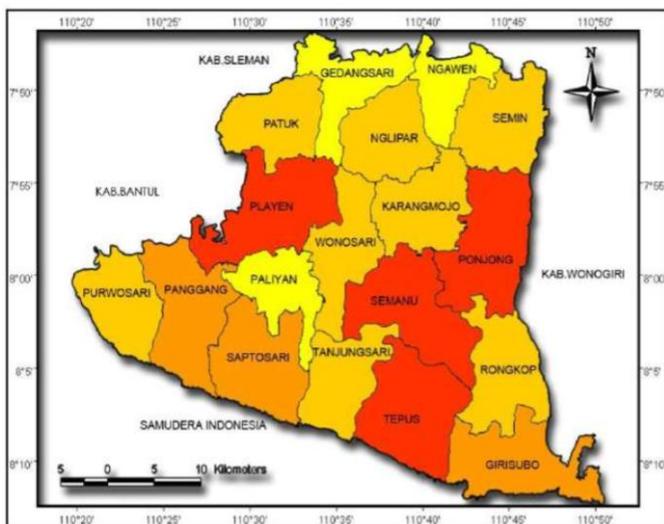
$E \leftarrow E - \{e\}$

**endfor**

## III. PERANCANGAN JARINGAN TELEKOMUNIKASI DENGAN ALGORITMA PRIM

### A. Persoalan

Salah satu yang diperlukan untuk mencapai pertumbuhan ekonomi yang baik adalah infrastruktur. Salah satu jenis infrastruktur yang diperlukan adalah jaringan telekomunikasi atau internet. Jaringan telekomunikasi dapat dihubungkan dengan kabel tembaga atau dengan serat optik. Serat optik adalah kabel serat kaca yang dilengkapi dengan teknologi canggih dan memiliki kecepatan lebih tinggi daripada kabel tembaga [8].



**Gambar 3.** Peta Pembagian Wilayah Gunungkidul (makin gelap berarti wilayahnya makin luas)

Sumber: Kabupaten Gunungkidul dalam Angka [3]

Kabupaten Gunungkidul memiliki topografi yang bergunung-gunung, sebagaimana diperlihatkan pada peta kemiringan tanah gambar 1. Lebih dari separuh wilayahnya memiliki kemiringan 15% atau lebih [5]. Oleh karena itu, pembangunan infrastruktur jaringan telekomunikasi perlu direncanakan dengan baik agar mendapatkan biaya serendah mungkin karena medan yang sulit. Salah satu konsep yang dapat digunakan dalam perancangan adalah graf dan pohon merentang minimum.

### B. Pembentukan Graf Dual

Untuk membuat perencanaan jaringan, peta wilayah perlu direpresentasikan menjadi graf dualnya. Wilayah kapanewon dinyatakan sebagai simpul pada graf dual yang dibentuk, dengan wilayah luar Gunungkidul tidak dimasukkan ke dalam himpunan simpul. Sisi graf menyatakan dua buah wilayah kapanewon berbatasan langsung, dengan bobotnya merepresentasikan jarak antar-ibu kota kapanewon. Data jarak antar-ibu kota ini didapatkan dari publikasi BPS Kabupaten Gunungkidul dalam Angka 2019 [3]. Selain jarak, bobot bisa direpresentasikan dengan penilaian lain yang memperhitungkan berbagai faktor yang mempengaruhi biaya pembangunan jaringan antara kapanewon satu dengan lainnya, tetapi pada makalah ini hanya digunakan jarak karena datanya telah tersedia dan dapat diakses. Graf dual yang terbentuk dapat dilihat pada gambar 4.

**Tabel 1.** Daftar kapanewon – simpul

sumber: Kabupaten Gunungkidul dalam Angka 2019 [3]

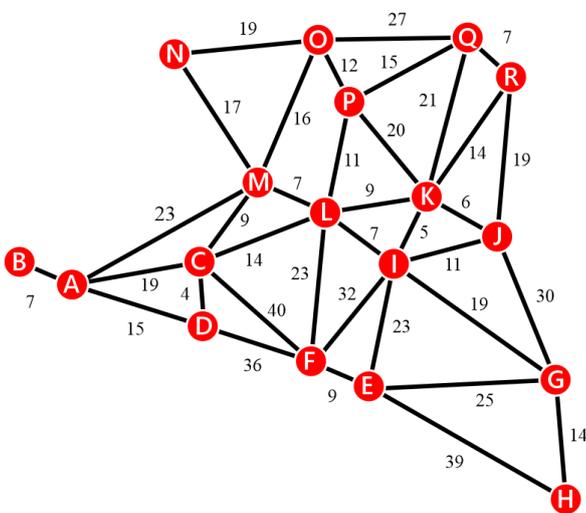
Kapanewon	Simpul
Panggung	A
Purwosari	B
Paliyan	C
Saptosari	D
Tepus	E
Tanjungsari	F
Rongkop	G
Girisubo	H
Semanu	I
Ponjong	J
Karangmojo	K
Wonosari	L
Playen	M
Patuk	N
Gedangsari	O
Nglipar	P
Ngawen	Q
Semin	R

**Tabel 2.** Sisi-sisi dan bobot graf dual

sumber: Kabupaten Gunungkidul dalam Angka 2019 [3]

Sisi ( $v_1, v_2$ )		Bobot (jarak km)
A	B	7
	C	19
	D	15
	M	23
C	D	4
	F	40
	L	15
D	M	9
	F	36

Sisi ( $v_1, v_2$ )		Bobot (jarak km)
E	F	9
	G	25
	H	39
	I	23
F	I	32
	L	23
G	H	14
	I	19
	J	30
I	J	11
	K	5
	L	7
J	K	6
	R	19
K	L	9
	P	20
	Q	21
L	R	14
	M	7
M	P	11
	N	17
	O	16
N	P	18
	O	19
O	P	12
	Q	27
P	Q	15
Q	R	7



**Gambar 4.** Graf dual wilayah Gunungkidul (simpul mewakili kapanewon, sisi mewakili ketetangaan dan jarak)  
*Sumber: dokumen penulis, diolah dari Kabupaten Gunungkidul dalam Angka 2019 [3]*

### C. Pembangunan Pohon Merentang Minimum

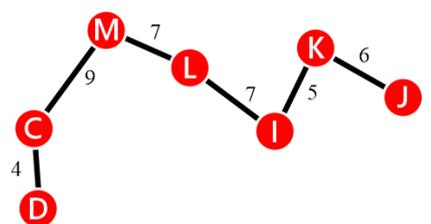
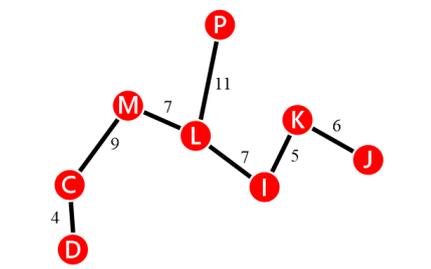
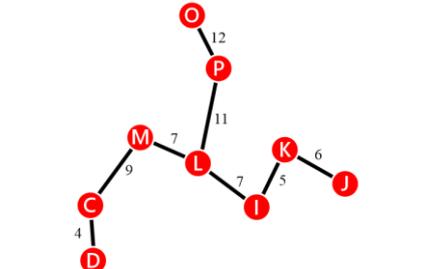
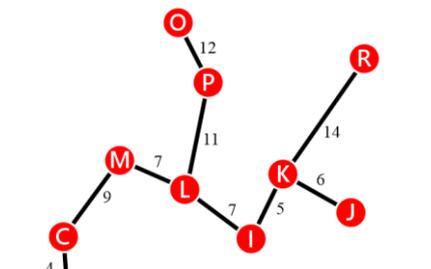
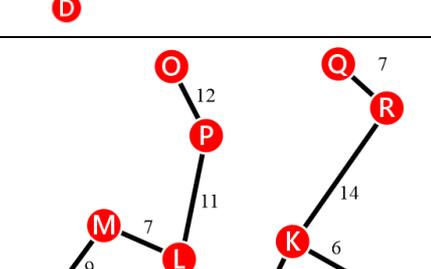
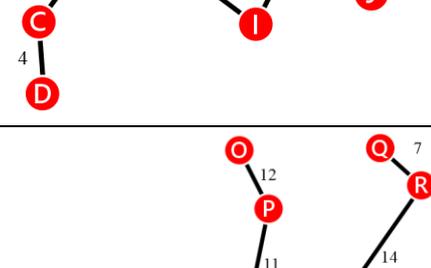
Terdapat total 18 simpul pada graf sehingga diperlukan 17 langkah dalam algoritma Prim. Langkah pertama adalah mengambil sisi dengan bobot minimum beserta dua simpul yang bersisian dan memasukkannya sebagai titik awal pembangunan pohon. Maka, dipilih sisi C-D (Paliyan-Saptosari) dengan bobot paling kecil, yaitu empat, sebagai sisi dan simpul awal.

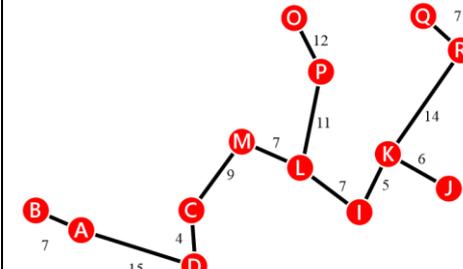
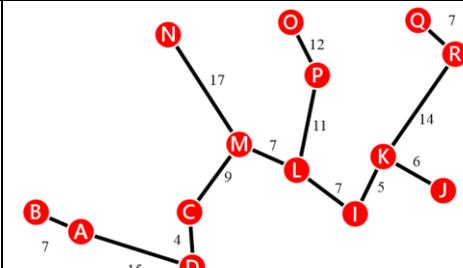
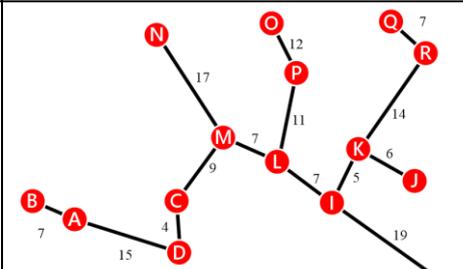
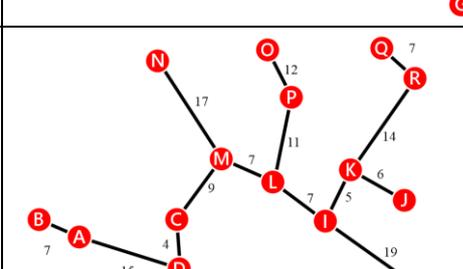
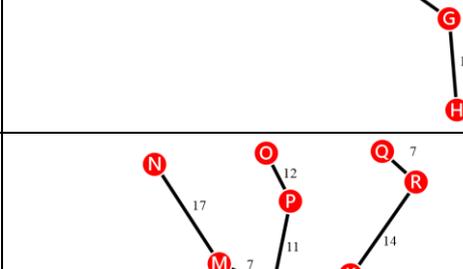
Selanjutnya, dipilih sisi berbobot paling kecil yang bersisian dengan salah satu simpul di pohon dan tidak menimbulkan sirkuit jika dimasukkan ke pohon. Sisi itu kemudian ditambahkan ke pohon. Langkah pemilihan dan penambahan ini diulangi sampai enam belas kali (banyak simpul dikurangi dua). Penentuan sisi dan kondisi pohon pada tiap langkah diperlihatkan pada tabel 3.

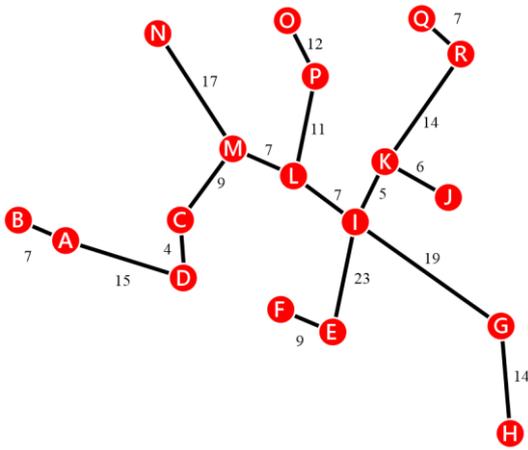
**Tabel 3.** Langkah-langkah pembangunan pohon merentang minimum

*Sumber: dokumen penulis*

No	Sisi & Bobot	Pohon sekarang
1	(C,D) 4	
2	(C,M) 9	
3	(M,L) 7	
4	(L,I) 7	
5	(I,K) 5	

6	(K,J) 6	
7	(L,P) 11	
8	(P,O) 12	
9	(K,R) 14	
10	(R,Q) 7	
11	(D,A) 15	

12	(A,B) 7	
13	(M,N) 17	
14	(I,G) 19	
15	(G,H) 14	
16	(I,E) 23	
17	(E,F) 9	(Gambar 5)

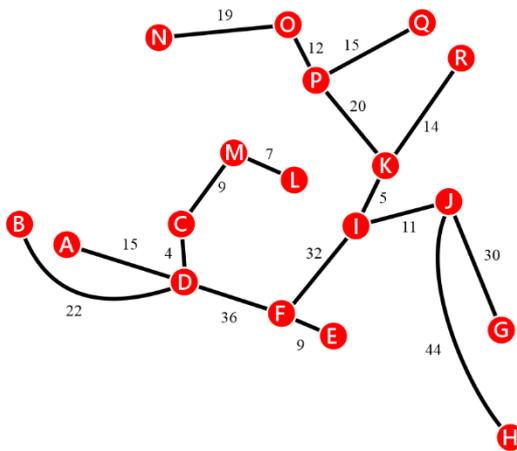


**Gambar 5.** Pohon merentang minimum  
*Sumber: dokumen penulis*

Setelah algoritma Prim selesai dalam 17 langkah, didapatkan pohon merentang minimum pada gambar 5. Total bobot seluruh sisi pohon atau dengan kata lain jarak minimum yang dapat menghubungkan seluruh kapanewon adalah 186 km. Bobot ini dapat dipastikan yang paling minimum karena algoritma Prim selalu menghasilkan pohon merentang minimum.

#### D. Perbandingan dengan Jaringan yang Sudah Ada

Pada kenyataan, jaringan telekomunikasi serat optik telah tersedia di Gunungkidul dan seluruh kapanewon telah saling terhubung. Representasi pohon jaringan yang telah ada terdapat pada gambar 6.



**Gambar 6.** Jaringan yang telah ada di Gunungkidul  
*Sumber: dokumen penulis, diolah dari Dinas Kominfo Gunungkidul [9]*

Jaringan yang telah ada total memerlukan jarak 304 km, 118 km lebih panjang daripada hasil perhitungan dengan algoritma Prim. Secara umum, beberapa ruas jaringan pada keduanya memiliki jalur yang mirip, tetapi jaringan yang sudah ada memiliki beberapa pemborosan. Pemborosan yang paling besar adalah jaringan Rongkop-Girisubo-Semanu-Ponjong (simpul G-H-I-J). Simpul G dan H akan terhubung lebih efisien jika disambung dengan simpul I bukannya J, dan H disambung dengan perantara G bukannya mendapat koneksi langsung dengan J. Jaringan pada bagian ini mengakibatkan pemborosan

46 km dibandingkan dengan hasil yang minimum. Selain itu, Kapanewon Saptosari dan Tanjungsari (simpul D dan F) tidak perlu tersambung langsung karena dapat terhubung melalui jaringan utara yang lebih singkat (jembatan simpul L-I, Wonosari-Semanu), menyebabkan pemborosan 29 km. Pemborosan lain adalah penyambungan Purwosari-Saptosari secara langsung (simpul B-D), padahal Purwosari bisa tersambung melalui Panggang (simpul A) yang dapat menghemat 15 km. Selain beberapa pemborosan di atas, tidak ada pemborosan yang begitu signifikan.

Secara pemodelan sederhana dengan graf, penggunaan pohon merentang minimum dapat mengurangi jarak pembangunan (dan mungkin biaya) hingga 38% jika dibandingkan dengan jaringan yang sudah ada (304 km menjadi 186 km). Penerapan konsep matematika diskrit ini membuka kesempatan untuk mencari biaya serendah mungkin sehingga meningkatkan efisiensi pembangunan. *Provider* yang akan membuka jaringan baru di suatu wilayah tertentu dapat melakukan kajian yang serupa sebagai bahan pertimbangan dalam perencanaan pembangunan jaringan telekomunikasi.

## IV. KESIMPULAN

Algoritma prim dapat digunakan untuk mencari biaya minimum pembangunan jaringan telekomunikasi penghubung antarkapanewon di Gunungkidul. Algoritma ini mencari pohon merentang minimum yang merepresentasikan keterhubungan semua kapanewon di Gunungkidul dengan biaya serendah mungkin. Pada makalah ini, biaya yang digunakan hanya berupa jarak sehingga masih bisa ditingkatkan pada penelitian lanjutan dengan menggunakan penilaian yang mempertimbangkan faktor lain seperti tingkat kesulitan medan.

## V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan tepat waktu. Terima kasih penulis sampaikan kepada Ibu Dr. Nur Ulfa Maulidevi, S.T., M.Sc. sebagai dosen pengampu kelas penulis pada mata kuliah Matematika Diskrit yang telah membagikan sebagian dari ilmunya kepada penulis. Tidak lupa penulis berterima kasih kepada orang tua penulis dan teman-teman yang telah mendukung penulisan makalah ini. Akhir kata, semoga makalah ini dapat memberi manfaat kepada pembaca.

## REFERENSI

- [1] K. K. Aggarwal, "Integration of Reliability and Capacity in Performance Measure of a Telecommunication Network," in *IEEE Transactions on Reliability*, vol. R-34, no. 2, pp. 184-186, June 1985, doi: 10.1109/TR.1985.5221990.
- [2] Britannica, The Editors of Encyclopaedia, "computer network". *Encyclopedia Britannica*, 13 Maret 2020, <https://www.britannica.com/technology/computer-network>. Diakses 12 Desember 2021.
- [3] Badan Pusat Statistik Kabupaten Gunungkidul, *Kabupaten Gunungkidul dalam Angka 2019*. Gunungkidul: BPS Badan Pusat Statistik Kabupaten Gunungkidul, 2019.
- [4] Badan Pusat Statistik Kabupaten Gunungkidul, "Presentase Penduduk 5 Tahun Keatas yang Menggunakan Internet (Persen), 2018-2020". <https://gunungkidulkab.bps.go.id/indicator/2/265/1/presentase-penduduk->

5-tahun-keatas-yang-menggunakan-internet.html, diakses 12 Desember 2021.

- [5] Kementerian Pekerjaan Umum dan Perumahan Rakyat, "Profil Kabupaten Gunungkidul". [https://sippa.ciptakarya.pu.go.id/sippa\\_online/ws\\_file/dokumen/rpi2jm/DOCRPIJM\\_1501229675Bab\\_4\\_Profil\\_Kabupaten\\_Kab\\_Gkidul.pdf](https://sippa.ciptakarya.pu.go.id/sippa_online/ws_file/dokumen/rpi2jm/DOCRPIJM_1501229675Bab_4_Profil_Kabupaten_Kab_Gkidul.pdf), diakses 12 Desember 2021
- [6] Rosen, Kenneth H., *Discrete mathematics and its applications, eight edition*. New York: McGraw-Hill, 2019.
- [7] Munir, Rinaldi, *MATEMATIKA DISKRIT Revisi Ketujuh*. Bandung: Penerbit INFORMATIKA, 2020.
- [8] Pratami, D., Fadlillah, F., Haryono, I., & Bermano, A., "Designing Risk Qualitative Assessment on Fiber Optic Instalation Project" in *Indonesia. International Journal of Innovation in Enterprise System*, 2(02), pp. 44-56, July 2018, doi: <https://doi.org/https://doi.org/10.25124/ijies.v2i02.25>.
- [9] Kominfo Gunungkidul, "Jalur Fiber Optik Kecamatan", 18 Agustus 2018. <https://youtu.be/ZbBmHbovJpU>, diakses 12 Desember 2021.

### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 14 Desember 2021



Bryan Amirul Husna / 13520146